

## مدل‌سازی ریاضی دو بعدی غیر پایای یک کانال رطوبت‌زدایی جاذب جامد

محسن علی‌مندگاری<sup>۱</sup>، حسن پهلوانزاده<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> بهشهر، دانشگاه علم و فناوری مازندران، دانشکده مهندسی، گروه مهندسی شیمی، (mondegari\_chem@yahoo.com)

<sup>۲</sup> تهران، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده مهندسی شیمی (pahlavzh@modares.ac.ir)

### چکیده

در این تحقیق مدل‌سازی دو بعدی غیر پایای یک کانال جاذب جامد به عنوان عنصر اصلی چرخ دیسکنست انجام شده است. پس از تعریف حجم کنترل مناسب و فرضیات، معادلات حاکم استخراج و شرایط مرزی و معادلات کمکی مناسب تعیین شده‌اند. معادلات دیفرانسیل پاره‌ای به روش المان محدود تجزیه و به کمک روش صریح حل شدند. دقت مدل‌سازی بستر به کمک داده‌های آزمایشگاهی و موازنۀ جرم و انرژی سنجیده می‌شود. پروفایل‌های دما و رطوبت در جاذب جامد و در هوا یکی از نتایج حاصل از مدل‌سازی بستر جاذب جامد می‌باشد که می‌تواند برای طراحی بهینه کانال جاذب جامد استفاده شود. علاوه بر پروفایل‌ها، اثر پارامترهایی همچون نفوذ محوری دما و رطوبت و همچنین تعداد گره‌ها در جهت ضخامت بررسی شدند. نتایج نشان می‌دهد می‌توان با حذف نفوذ محوری دما و رطوبت و کاهش تعداد گره‌ها همچنان مدلی دقیق داشت که حجم محاسبات مورد نیاز آن به مقدار قابل توجهی کاهش یافته است.

### مشخصات مقاله

تاریخچه مقاله

دریافت: ۱۱ تیر ۹۱

دریافت پس از اصلاح: ۲۵ شهریور ۹۲

پذیرش نهایی: ۱۳ آبان ۹۲

کلمات کلیدی:

مدل‌سازی ریاضی

جاذب جامد

رطوبت‌زدایی

حقوق ناشر محفوظ است.

\* عهده دار مکاتبات

**۱- مقدمه**

وجود دارد که در آن حالت چرخ کمترین انرژی مصرفی را دارا خواهد بود<sup>[۶]</sup>. احمد<sup>۷</sup> و همکاران مدل‌سازی یک بعدی برای چرخ جاذب جامد توسعه دادند تا به کمک آن اثر متغیرهای طراحی چرخ جاذب جامد همچون طول چرخ، سرعت چرخ، نسبت سطح احیاء به فرآیند، تخلخل چرخ و پارامترهای عملیاتی همچون دبی جریان هوای رطوبت نسبی هوای ورودی و دمای احیاء را بر روی عملکرد چرخ بررسی کنند<sup>[۷]</sup>. رویو<sup>۸</sup> و همکاران تحقیقات دامنه‌داری در زمینه مدل‌سازی چرخ جاذب جامد صورت داده‌اند. اولین مقاله آنها در بردارنده یک مدل ریاضی با در نظر گرفتن جزئیات انتقال جرم و حرارت در یک سطح چرخ جاذب جامد بود<sup>[۸]</sup>. در ادامه آنها معادلات خود را برای یک کانال چرخ جاذب جامد توسعه دادند و اثر پارامترها را بررسی نمودند<sup>[۹]</sup>. مدل‌سازی ریاضی چرخ دسیکنٹ با در نظر گرفتن ضریب آکرمون در انتقال جرم و حرارت توسط پهلوانزاده زمزمانی ارائه شده است<sup>[۲]</sup>.

از میان سطور ذکر شده چنین برداشت می‌گردد که تحقیق در زمینه مدل‌سازی چرخ جاذب جامد موضوعی است که سالهاست توسط برخی محققان دنبال می‌شود و جنبه‌های مختلف آن مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. البته باید در نظر داشت که علی‌رغم تلاشهایی که توسط محققان انجام شده، هنوز مدلی جامع و کامل که در بر دارنده تمام جنبه‌های انتقال جرم و حرارت در چرخ جاذب جامد باشد، ارایه نشده است<sup>[۱۰]</sup>. در این تحقیق، هدف اصلی، توسعه یک مدل دو بعدی غیر پایای کانال رطوبت‌زدای چرخ جاذب جامد است. پس از تکمیل مدل فرض‌های ساده شونده با هدف کاهش حجم محاسبات اثر برخی عوامل مورد بررسی و ارزیابی قرار می‌گیرد تا بتوان از مدل در تحقیقات آتی برای مدل‌سازی رطوبت‌زدای چرخ جامد دوار استفاده کرد.

**۲- سامانه رطوبت‌زدای چرخ جامد دوار**

دسیکنٹ جامد در سامانه‌های سرمایش، معمولاً به شکل یک چرخ دوار که به آهستگی می‌چرخد، مورد استفاده قرار می‌گیرد. رطوبت‌زدای چرخ جامد دوار یا چرخ جاذب جامد<sup>۹</sup> یک چرخ مشبک دوار فلزی است که سطح روی آن با دسیکنٹ جامد پوشانده شده است. برای انجام عملیات پیوسته، باید جذب و احیاء به صورت دوره‌ای صورت گیرد.

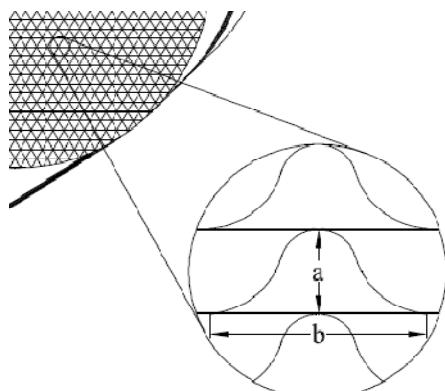
بار یک سامانه تهويه را می‌توان به دو بخش بار نهان و بار محسوس تقسیم کرد. برای رسیدن به شرایط مطلوب در فضای مورد نظر باید هر دو بار به خوبی تامین شوند. در روش<sup>-۱</sup> های معمول تولید سرمایش، هوا تا دمایی پایین‌تر از نقطه شبنم خنک می‌شود تا رطوبت اضافی موجود در آن خارج شود. در برخی شرایط بعد از تنظیم رطوبت، هوا مقداری گرم می‌شود تا شرایط دمایی مورد نیاز را نیز تامین کند. به کمک چاذب جامد<sup>۱</sup> می‌توان بار نهان و بار محسوس را به صورت جداگانه استحصل کرد. رطوبت هوا به وسیله چاذب جامد حذف می‌شود و دمای هوا به کمک سامانه سرمایش به شرایط مورد نظر می‌رسد<sup>[۱]</sup>. چاذب جامد بعد از جذب رطوبت هوا باید احیاء شود تا بتواند مجدد رطوبت را جذب کند. برای احیاء چاذب جامد از هوایی داغ با دمای ۵۰-۲۶۰°C استفاده می‌شود<sup>[۲]</sup>. کاهش مصرف انرژی و افزایش راندمان تولید سرمایش، مهمترین دستاورده است که از ترکیب چاذب جامد با سامانه‌های سرمایش معمول حاصل می‌شود<sup>[۳]</sup>. به همین دلیل امروزه بررسی این سامانه‌ها به‌طور وسیع مورد توجه محققین قرار گرفته است.

دسیکنٹ جامد در سامانه‌های سرمایش، معمولاً به شکل یک چرخ دوار که به آهستگی می‌چرخد، مورد استفاده قرار می‌گیرد. مدل‌سازی چرخ جاذب جامد به علت توان بودن فرایند انتقال جرم و حرارت و چرخش چرخ جاذب جامد با دشواریهای زیادی روبرو است اما با دستیابی به یک مدل صحیح می‌توان اثر عوامل مختلف را با کمترین هزینه بررسی نمود. به همین دلیل مدل‌سازی ریاضی چرخ دسیکنٹ دوار برای پیش‌بینی خواص هوای خروجی از چرخ دسیکنٹ در شرایط مختلف، موضوع تحقیق عده‌ای از پژوهشگران بوده است. ژن<sup>۲</sup> و ورک<sup>۳</sup> مدل‌سازی ریاضی توان معادلات انتقال جرم و حرارت در یک چرخ جاذب جامد دوار را در سال ۱۹۹۳ انجام داده‌اند، که این کار را می‌توان جزو اولین مدل‌سازی‌های مطلوب چرخ دسیکنٹ دانست<sup>[۴]</sup>. مدل‌سازی ریاضی به روش المان محدود و پیش‌بینی و بهینه‌سازی پارامترهای چرخ دسیکنٹ توسط ژانگ<sup>۴</sup> و نیو<sup>۵</sup> صورت گرفت<sup>[۵]</sup>. مظری<sup>-۶</sup> پهلوانزاده نشان داده‌اند که یک دور بهینه برای چرخ دسیکنٹ

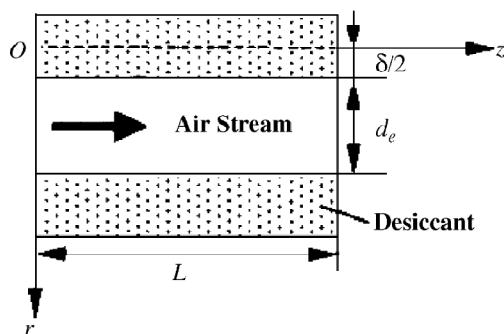
<sup>۱</sup> Desiccant<sup>۲</sup> Zhen<sup>۳</sup> Worek<sup>۴</sup> Zhang<sup>۵</sup> Niu<sup>۶</sup> Ahmed<sup>۷</sup> Ruivo<sup>۸</sup> Desiccant Wheel

## مدل‌سازی ریاضی دو بعدی غیر پایای یک کانال رطوبت‌زدایی جاذب جامد

یک کانال جاذب جامد آورده شده، که می‌تواند مبنای مدل‌سازی قرار گیرد.



شکل (۲) یک برش عرضی از کانال‌های چرخ جاذب جامد و نمای بزرگ شده یک کانال

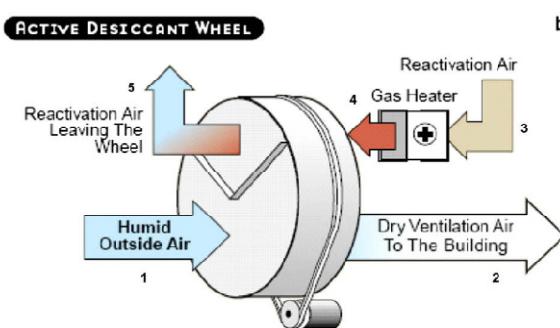


شکل (۳) برشی طولی از یک کانال جاذب جامد

**۱-۳- فرمولاسیون ریاضی بستر جاذب جامد**  
با توجه به کنترل حجم نشان داده شده در شکل ۲ و ۳، چهار معادله موازنۀ جرم و انرژی برای هوا و جاذب جامد نوشته می‌شود. مفروضات اصلی که برای نوشتن این روابط استفاده می‌شوند عبارتند از:

- جریان هوا به صورت یک بعدی در نظر گرفته شده است.
- از انتقال حرارت هدایتی در جهت محوری جریان هوا صرف نظر می‌شود.
- از نفوذ جرم در جهت محوری جریان هوا صرف نظر می‌شود.
- کانال‌ها بصورت یکسان و عایق فرض می‌شوند.
- در ادامه معادلات حاکم بر یک کانال جاذب جامد براساس فرضیات فوق آورده می‌شوند. مدل‌سازی ریاضی انجام شده را تا حدی می‌توان برپایه مدل ارایه شده توسط ژانگ و نیو دانست [۵].

بدین صورت که قسمتی از چرخ در مسیر هوا ورودی قرار دارد و رطوبت هوا ورودی را جذب می‌کند در حالی که قسمت دیگر توسط هوا گرم درحال احیاء می‌باشد و با چرخش چرخ جای این دو قسمت با یکدیگر عوض می‌شود [۲,۳,۶,۷,۱۰]. استفاده از چرخ جاذب جامد در سامانه‌های سرمایش جاذب جامد به علت فشرده بودن جاذب‌های جامد و خوردگی کمتر نسبت به سایر روش‌ها، متداول‌تر است. علاوه بر آن پارامترهای عملیاتی چرخ جاذب جامد را نسبت به سایر سامانه‌ها راحت‌تر می‌توان تغییر داد. در شکل ۱ یک نمونه چرخ جاذب جامد و نحوه جریان‌ها در آن، نشان داده شده است.



شکل (۱) نمایی شماتیک از یک سامانه رطوبت‌زدایی دوار

### ۳- مدل‌سازی ریاضی رطوبت‌زدایی دوار

مراحل اصلی بنا نهادن مدل ریاضی شامل موارد زیر می‌باشد:

- فرض‌های پیشنهادی و انتخاب حجم کنترل مناسب،
- بدست آوردن معادلات دیفرانسیل حاکم بر اساس موازنۀ جرم و انرژی،
- ارایه شرایط اولیه و مرزی متناسب با حجم کنترل و معادلات حاکم،
- ارایه روابط کمکی مناسب برای تکمیل معادلات حاکم،
- استفاده از روش ریاضی مناسب برای حل مدل.

در شکل ۲ یک برش عرضی از کانال‌های چرخ جاذب جامد و نمای بزرگ شده یک کانال نشان داده شده است. چرخ جاذب جامد از تعداد زیادی کانال‌های جاذب جامد یکسان تشکیل شده است. بدیهی است برا دستیابی به مدل‌سازی چرخ جاذب جامد، باید یک کانال (بستر) مدل شود و سپس به چرخ جاذب جامد تعمیم داده شود. در شکل ۳ برشی طولی از

ایزوترم تعادلی که برای این مدل استفاده شده، بربمنای ایزوترم فرونالیج است که در رابطه (۹) آورده شده است [۱۱].

$$W = 0.24\phi_d^{1/1.5}. \quad (9)$$

ارتباط بین رطوبت مطلق تعادلی و رطوبت نسبی تعادلی را می‌توان توسط رابطه (۱۰) بیان کرد [۱۰، ۱۲].

$$Y_d = \frac{0.62198\phi_d}{p_0/p_{vs} - \phi_d}. \quad (10)$$

برای محاسبه فشار بخار  $p_{vs}$ ، می‌توان از رابطه (۱۱) استفاده کرد [۱۰، ۱۲].

$$p_{vs} = \exp\left(23.196 - \frac{3816.44}{(T_d - 46.13)}\right). \quad (11)$$

قطر هیدرولیک کanal سینوسی را می‌توان به کمک رابطه (۱۲) محاسبه کرد [۱۳].

$$d_e/b = \begin{cases} 1.0542 - 0.4660\gamma - 0.1180\gamma^2 \\ + 0.179\gamma^3 - 0.0436\gamma^4 \end{cases} \quad \gamma = a/b \quad (12)$$

ضرایب جابجایی انتقال حرارت و جرم توسط روابط (الف و ب) مشخص می‌گردند که تابع ضعیفی از عدد رینولدز می‌باشند [۱۰، ۱۲].

$$h_c = 0.671\dot{m}_g' c_{pg} Re^{-0.51}, \quad (13-\text{الف})$$

$$K_y = 0.704\dot{m}_g' Re^{-0.51}. \quad (13-\text{ب})$$

حرارت حاصل از جذب در این تحقیق وابسته به میزان رطوبت جذب شده در نظر گرفته شده که توسط رابطه (۱۴) محاسبه می‌گردد [۱۰].

$$q_{st} = \begin{cases} (-12400W + 3500) \times 10^3, & W \leq 0.05, \\ (-1400W + 2950) \times 10^3, & W > 0.05. \end{cases} \quad (14)$$

به کمک معادلات حاکم، شرایط اولیه و مرزی و همچنین معادلات کمکی که بیان شد می‌توان یک کanal جاذب جامد و یا به عبارتی چرخ جاذب جامد را مدل‌سازی نمود. علاوه بر معادلات مذکور، خواص ترموفیزیکی هوای خشک، بخار آب، جاذب جامد نیز مورد نیاز است که از روش و روابط ذکر شده توسط رویوو و همکاران استفاده شده است [۸، ۹].

موازنۀ جرم در هوا:

$$\frac{1}{u} \frac{\partial Y_a}{\partial t} + \frac{\partial Y_a}{\partial z} = \frac{4K_y}{d_e u \rho_g} (Y_{ds} - Y_a). \quad (1)$$

موازنۀ انرژی در هوا:

$$\frac{1}{u} \frac{\partial T_g}{\partial t} + \frac{\partial T_g}{\partial z} = \frac{4h_c}{d_e u \rho_g c_{pg}} (T_{ds} - T_g). \quad (2)$$

موازنۀ جرم در جاذب جامد:

$$\begin{aligned} \varepsilon_t \rho_{ad} \frac{\partial Y_d}{\partial t} + \rho_d \frac{\partial W}{\partial t} = \\ \rho_{ad} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( D_G \frac{\partial Y_d}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( D_G \frac{\partial Y_d}{\partial r} \right) \right] + \\ \rho_d \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( D_s \frac{\partial W}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( D_s \frac{\partial W}{\partial r} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

موازنۀ انرژی در جاذب جامد:

$$\rho_d c_{pt} \frac{\partial T_d}{\partial t} = k_d \left( \frac{\partial^2 T_d}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 T_d}{\partial r^2} \right) + q_{st} \rho_d \frac{\partial W}{\partial t}. \quad (4)$$

شرایط اولیه برای حل معالات حاکم جاذب جامد عبارتند از:

$$T_{di}(0, r, z) = T_{d, initial}, \quad (5-\text{الف})$$

$$Y_{di}(0, r, z) = Y_{d, initial}. \quad (5-\text{ب})$$

شرایط مرزی برای هوا (احیا / فرآیند):

$$T_{ai}(t, 0) = T_{ai, in}, \quad (6-\text{الف})$$

$$Y_{ai}(t, 0) = Y_{ai, in}. \quad (6-\text{ب})$$

شرایط مرزی جاذب جامد براساس آدیاباتیک بودن سطوح:

$$\frac{\partial T_d}{\partial r} \Big|_{r=0} = \frac{\partial T_d}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial T_d}{\partial z} \Big|_{z=L} = 0, \quad (7-\text{الف})$$

$$\frac{\partial Y_d}{\partial r} \Big|_{r=0} = \frac{\partial Y_d}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial Y_d}{\partial z} \Big|_{z=L} = 0. \quad (7-\text{ب})$$

شرایط مرزی موازنۀ جرم و انرژی بر روی سطح جاذب جامد:

$$-k_d \frac{\partial T_d}{\partial r} \Big|_{r=\delta} = h_c (T_s - T_g), \quad (8-\text{الف})$$

$$\begin{aligned} \left( \rho_a D_G \frac{\partial Y_d}{\partial r} + \rho_d D_s \frac{\partial W}{\partial r} \right) \Big|_{r=\delta} \\ = K_y (Y_a - Y_{ds}) \end{aligned} \quad (8-\text{ب})$$

حداکثر ۱٪ مشاهده شد. این میزان خطای نیز به علت انتقال جرم و حرارت زیاد در نقاط ابتدایی کانال رخ داده است. علاوه بر محاسبات ریاضی دقت مدل نسبت به داده‌های آزمایشگاهی نیز سنجیده شد که نشان دهنده تطابق مطلوب بین مدل دو بعدی و داده‌های آزمایشگاهی است. پژوهش کاملی در خصوص دستیابی به داده‌های آزمایشگاهی توسط مولفان این مقاله صورت گرفته است [۱۴، ۱۵]. اندازه‌گیری‌های انجام شده، دقت تجهیزات اندازه‌گیری، روش انجام کار و سایر موارد مرتبط را می‌توان در فوق یافت که به سبب اختصار از ذکر مجدد آنها خودداری می‌شود.

#### ۴- بحث و بررسی نتایج

در ادامه نتایج حاصل از مدل‌سازی غیر پایای دو بعدی کانال جاذب جامد بیان می‌شود. در این تحقیق شرایط یک کانال ثابت چرخ جاذب جامد و بدون چرخش مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این کانال در حالت نخست فرآیند جذب و در حالت دوم فرآیند احیا رخ می‌دهد. با توجه به مشابهت نسبی جذب و احیا، نتایج حاصل از فرآیند جذب مورد بررسی قرار می‌گیرند. پارامترهای کانال جاذب جامد مورد استفاده در جدول ۱ آورده شده‌اند.

جدول (۱) پارامترهای ژئومتری کانال جاذب جامد ثابت

$\delta$ (mm)	t (s)	L (m)	b(mm)	a(mm)
۰/۲	۲۰۰	۰/۱	۳/۵	۱/۷

در این قسمت چنین فرض می‌شود که کانال جاذب جامد ابتدا در تعادل با هوا گرم  $100^{\circ}\text{C}$  و رطوبت مطلق هوای  $10 \text{ gr/kg}$  قرار داشته و احیا شده سپس این کانال در معرض هوای فرآیند با دمای  $30^{\circ}\text{C}$  و رطوبت مطلق  $10 \text{ gr/kg}$  می‌گیرد. بر اساس داده‌های فوق برنامه مدل اجرا و نتایج خروجی در قالب نمودار ترسیم شد. در شکل ۴ تغییرات دمای هوای عبوری از کانال نشان داده شده است. محور افقی نمودار طول کانال می‌باشد که پروفایل‌ها برای زمان‌های مختلف ترسیم شده است. در لحظه اول ( $t=1$ ) دمای هوای متاثر از جاذب جامد است و دمای آن افزایش می‌یابد به طوریکه بعداز طی کردن حدود ۴۰٪ از طول کانال دمای آن همان دمای جاذب جامد می‌گردد. رفته رفته با گذشت زمان به علت خنک تر شدن بستر، دمای هوای عبوری از کانال به دمای هوای ورودی

#### ۲-۳- روش حل مدل ریاضی

با توجه به پیچیدگی و غیر خطی بودن معادلات حاکم که از ترکیب موازنۀ جرم و انرژی حاصل می‌شوند، نمی‌توان به صورت تحلیلی مجموعه معادلات حاکم را حل کرد و ناگزیر از بکارگیری روش‌های عددی خواهیم بود. روشی که تاکنون به صورت وسیع برای حل این مجموعه معادلات استفاده شده، روش المان محدود<sup>۱</sup> بوده است [۱۰]. به همین دلیل در تحقیق حاضر ابتدا معادلات دیفرانسیل حاکم به روش پیش‌رو تجزیه و برای حل آنها از روش ضمنی<sup>۲</sup> استفاده شد. مقادیر مختلف گام محاسباتی در هر سه جهت با هدف کاهش حجم محاسبات و دستیابی به همگرایی بررسی شدند. مقادیر حاصل عبارتند از: در جهت طول  $\Delta L = ۰/۰\text{ m}$  در جهت ضخامت جاذب جامد  $\Delta t = ۰/۰\text{ s}$  و در جهت زمان  $\Delta \delta = ۰/۰\text{ mm}$ . با توجه قابلیت‌های نرم‌افزار MATLAB، از نسخه R2010a این نرم‌افزار برای حل مجموعه معادلات ذکر شده استفاده شد

#### ۳-۳- ارزیابی دقت مدل‌سازی ریاضی

دقت مدل‌سازی را می‌توان به روش‌های مختلف مورد بررسی قرارداد. یکی از روش‌ها بررسی قوانین بقای جرم و انرژی به صورت ریاضی است. در طی فرآیند رطوبت‌زدایی و یا رطوبت‌گیری در چرخ جاذب جامد، دبی جرمی هوای خشک ثابت باقی می‌ماند اما رطوبت از هوا به جاذب جامد و یا بالعکس منتقل می‌شود. موازنۀ جرم را می‌توان به عنوان تفاضل رطوبت هوا در مقایسه با تفاضل رطوبت جاذب جامد در نظر گرفت. در روابط (۱۵) الی (۱۷) نحوه محاسبه موازنۀ جرم برای هر المان محاسبه می‌شود. نحوه محاسبه موازنۀ انرژی نیز به همین ترتیب بوده است.

$$\dot{m}_{ads,a} = \dot{m}_{ap,in} (Y_{ap,in} - Y_{ap,out}), \quad (15)$$

$$\dot{m}_{ads,d} = \Phi \pi \delta L \rho_d \frac{(W|_{t=final} - W|_{t=initial})}{\Delta t}, \quad (16)$$

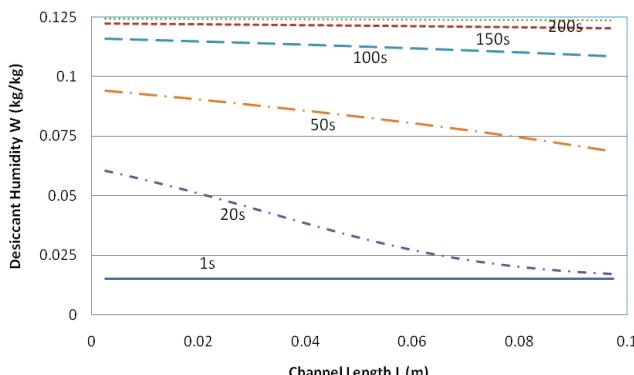
$$error \% = \left| \frac{\dot{m}_{ads,a} - \dot{m}_{ads,d}}{\dot{m}_{ads,d}} \right| \times 100. \quad (17)$$

برای هر گره در جهت محوری محاسبات مذکور صورت گرفت. بیشین خطای مربوط به گره‌های ابتدایی کانال به مقدار

<sup>1</sup> Finite Difference

<sup>2</sup> Implicit

پایینی قرارداد اما رفته با گذشت زمان و جذب رطوبت، مقدار آن افزایش می‌باید. با توجه به اینکه روند جذب رطوبت در جاذب جامد وابسته به نفوذ و روندی کند است، مانند بقیه نمودارها، تغییرات شدیدی ندارد و به صورت خطی تغییر می‌کند. در این نمودار نیز می‌توان دید که پس از سپری کردن زمانی حدود ۲۰۰s دیگر رطوبتی توسط جاذب جامد جذب نمی‌شود به عبارت دیگر به حالت اشباع رسیده است.

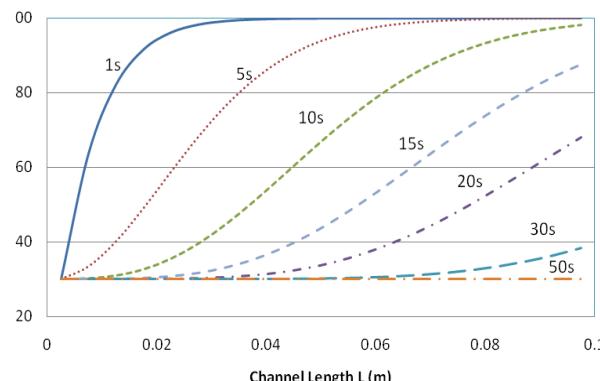


شکل (۶) تغییرات رطوبت مطلق وسط لایه جاذب جامد (۵/۲) در زمان‌های مختلف در طول کanal ثابت

معدود محققانی در راستای تحقیقات خود، پروفایل‌های مختلف درون لایه جاذب جامد را بررسی نموده‌اند. نتایج حاصل از این بخش را می‌توان منطبق بر نتایج ارایه شده توسط رویوو و همکاران دانست [۸]. البته باید در نظر داشت که مدل‌سازی ریاضی و برخی معادلات کمکی این تحقیق متفاوت است.

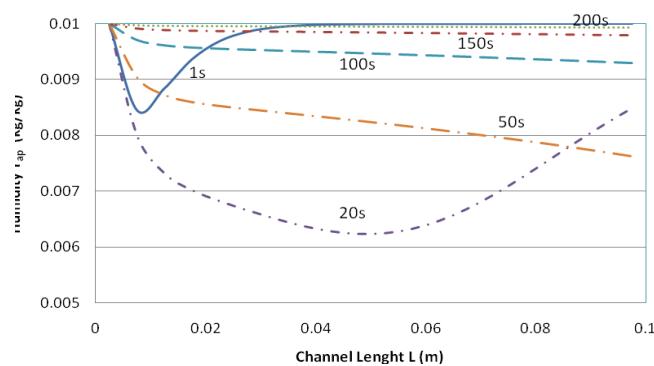
هدف اصلی از بکاربردن کanal جاذب جامد خشک کردن هوای است. به عبارت دیگر شرایط هوای خروجی از کanal (دما و رطوبت) می‌تواند به عنوان خروجی اصلی مدل‌سازی تلقی شود. در شکل ۷ تغییرات دما و رطوبت خروجی بر حسب زمان نشان داده شده است. در نمودار مشاهده می‌شود که بعداز حدود ۱۰۰s تغییر قابل ملاحظه‌ای در رطوبت هوای مشاهده نمی‌شود. با توجه به این مطلب، برای کanal طراحی شده، فرآیند جذب حدود ۱۰۰s حالت بهینه عملکرد قلمداد می‌شود. زیرا زمان بیشتر از آن تاثیری در خشک کردن هوای ندارد و تنها موجب هدر رفتن انرژی می‌شود. البته باید در نظر داشت که پس از حدود ۵۰s تعادل دمایی بین جاذب جامد و هوایجاد می‌شود و انتقال حرارتی اتفاق نمی‌افتد.

نزدیک‌تر می‌شود. می‌توان مشاهده کرد که بعد از گذشت حدود ۵۰s تغییر قابل توجهی در دمای هوا اتفاق نمی‌افتد.



شکل (۴) تغییرات دمای هوای فرآیند در زمان‌های مختلف در طول کanal ثابت

در شکل ۵ تغییرات رطوبت مطلق هوای در طول چرخ جاذب جامد و در زمان‌های مختلف مختلط ترسیم گردیده است. با توجه به اینکه فرآیند انتقال جرم کندرتر از انتقال حرارت صورت می‌گیرد، بازه زمانی برای این نمودار تا ۲۰۰s توسعه یافته است. می‌توان مشاهده کرد که پس از زمان حدود ۲۰۰s رطوبت مطلق ورودی و خروجی کanal جاذب جامد تغییر قابل توجهی ندارد به عبارت دیگر حالت تعادل حاکم شده است. به کمک اینچنین نموداری می‌توان زمان مناسب برای رطوبت‌زدایی را بدست آورده به طوری که هوای در انتهای آن، شرایطی نزدیک به تعادل داشته باشد.



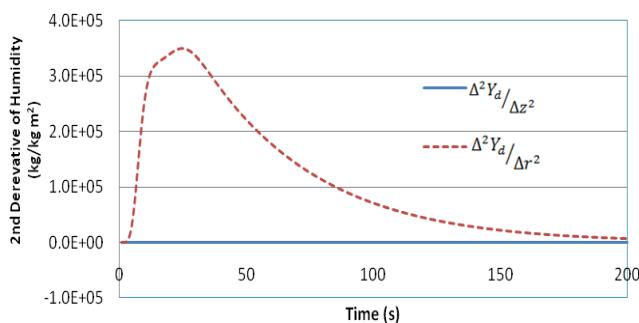
شکل (۵) تغییرات رطوبت مطلق هوای فرآیند در زمان‌های مختلف در طول کanal ثابت

در شکل ۶ رطوبت مطلق وسط ضخامت بستر جاذب جامد نشان داده شده است. جاذب جامد در تعادل با هوای گرم بوده و رطوبت موجود در آن در لحظه اول در سطح

## مدل سازی ریاضی دو بعدی غیر پایای یک کانال رطوبت زدایی جاذب جامد

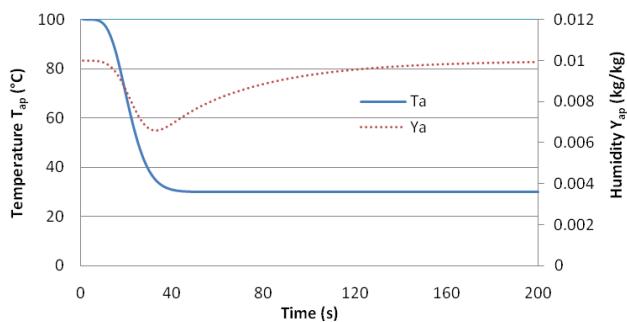
جامد است. در معادلات (۳) و (۴) ترم های انتقال حرارت و جرم در هر دو جهت طول کanal (محور  $Z$ ) و جهت ضخامت جاذب جامد (محور  $r$ ) دیده می شوند. برخی از محققان در مدل سازی خود از ترم های نفوذ محوری در مقابل نفوذ شعاعی صرف نظر کرده اند و دلیلی که به آن اشاره کرده اند ناچیز بودن مقادیر نفوذ محوری در مقابل نفوذ شعاعی است [۱۶]. با توجه به کامل بودن مدل سازی انجام شده، می توان صحت این فرضیه را بررسی نمود.

بر اساس روابط مرجع [۱۱] ضرائب انتقال جرم  $D_G$  و  $D_S$ ، مستقل از جهت های  $r$  و  $Z$  می باشند در نتیجه می توان در رابطه ۴ این ضرائب را از مشتق بیرون آورد و به عبارت مشتق دوم رسید. براساس تعریف مشتق دوم، این عبارات برای گره های داخلی محاسبه گردید. در شکل ۹ نتیجه این محاسبات برای مشتق دوم رطوبت مطلق نسبت به محور و شعاع برای یک گره میانی نسبت به زمان ترسیم شده است.



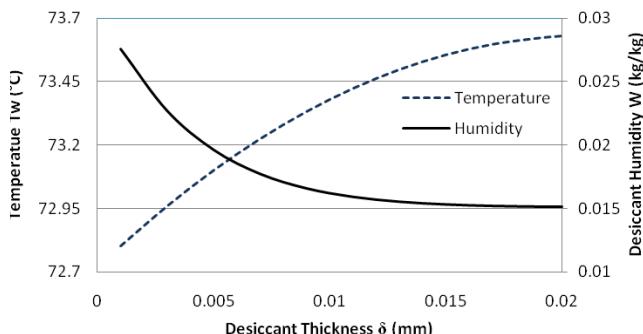
شکل (۹) مقایسه تغییرات مشتق دوم رطوبت نسبت به طول و ضخامت برای گره میانی در زمانهای مختلف

یکی دیگر از مواردی که تاثیر قابل توجهی بر حجم محاسبات دارد، تعداد گره هایی است که در جهت شعاعی در نظر گرفته می شود. هر یک گره به مفهوم یک لایه محاسباتی است. در این قسمت هدف آن است که اثر تعداد گره های شعاعی بر دقت نتایج مورد ارزیابی قرار گیرد. در جدول ۱، ذکر شد که ضخامت لایه جاذب جامد  $\delta = 0.2 \text{ mm}$  در نظر گرفته شده است. برای بررسی، چهار حالت در نظر گرفته شده که ضخامت گره  $\Delta r = 0.1 \text{ mm}$ ,  $\Delta r = 0.05 \text{ mm}$ ,  $\Delta r = 0.02 \text{ mm}$  و  $\Delta r = 0.01 \text{ mm}$  که به تبع آن تعداد گره های ۲۱۱۱، ۶، ۳ و می باشد (گره ابتدایی و انتهایی نصف ضخامت گره های میانی را دارا هستند). برای هر یک از این چهار حالت برنامه اجرا گردید و دما و رطوبت هوای خروجی از کanal به عنوان معیاری جهت مقایسه انتخاب شد. نتایج این مقایسه در جدول آورده شده است.



شکل (۷) تغییرات دما و رطوبت هوای خروجی از کanal براساس زمان

بررسی توزیع دما و غلظت از دیگر نکات مهمی است که مورد توجه قرار گرفته است. در شکل ۸ تغییرات دما و رطوبت در داخل لایه جاذب جامد را می توان مورد ارزیابی قرارداد. باید توجه داشت که در شکل ۸ تغییرات به ازای گرهی در میانه طول کanal ( $L/2$ ) و در زمان  $s = 10$  ترسیم شده است. شبیه صفر پروفایلهای غلظت و دما در مجاورت دیواره نشان دهنده آدیباتیک بودن این مرازها برای عبور جرم و حرارت است. همچنانی می توان دریافت که تفاوت دما بین سطح روی جاذب جامد و آخرين لایه جاذب جامد تنها  $0.8^{\circ}\text{C}$  است که حدود ۱٪ دمای دیواره داخلی کanal است. این بررسی دلیلی بر ناچیز بودن مقاومت حرارتی لایه جاذب جامد است در حالیکه تغییراتی رطوبت جذب شده بین سطح ابتدایی جاذب جامد و دیواره آدیباتیک  $8.2\%$  مقدار رطوبت در دیواره است. وجود این مقدار قابل توجه توزیع غلظت را می توان نشانهای بر مقاومت بالای جاذب جامد در انتقال جرم و یا سرعت پایین انتقال جرم نسبت به حرارت دانست که در بررسی نمودارهای قبلی به آن اشاره شد.



شکل (۸) تغییرات دما و رطوبت هوای خروجی از کanal براساس زمان

یکی از فرضیات مهمی که نقش قابل توجهی در حجم محاسبات دارد، فرضیه دو بعدی بودن انتقال جرم و حرارت در

ضخامت صرف نظر کرد. همچنین اثر تعداد گره در جهت ضخامت جاذب جامد شد که نشان می‌دهد می‌توان بدون تغییر محسوسی در نتایج، تعداد گره‌ها را کاهش داد. به کمک نتایج حاصل می‌توان مدل ساده‌تر و دقیقی از کanal دیسکنتم داشت که برای ارزیابی عملکرد چرخ جاذب جامد استفاده شود.

علائم اختصاری و نمادها			
ارتفاع کanal	(m)	<i>a</i>	
عرض کanal	(m)	<i>b</i>	
ظرفیت حرارتی ویژه	(J/kg K)	<i>c<sub>p</sub></i>	
ظرفیت حرارتی کلی جاذب جامد	(J/kg K)	<i>c<sub>pt</sub></i>	
قطر هیدرولیکی	(m)	<i>d<sub>e</sub></i>	
ضریب نفوذ کلی	(m <sup>2</sup> /s)	<i>D<sub>G</sub></i>	
ضریب نفوذ نادسن	(m <sup>2</sup> /s)	<i>D<sub>K</sub></i>	
ضریب نفوذ معمولی	(m <sup>2</sup> /s)	<i>D<sub>O</sub></i>	
ضریب نفوذ سطحی	(m <sup>2</sup> /s)	<i>D<sub>S</sub></i>	
ضریب انتقال حرارت جاجایی	(W/m <sup>2</sup> K)	<i>h<sub>c</sub></i>	
گرمای نهان تبخیر آب	(J/kg)	<i>h<sub>f,g</sub></i>	
ضریب انتقال جرم جاجایی	(kg/m <sup>2</sup> s)	<i>K<sub>y</sub></i>	
ضریب هدایت حرارتی	(W/m K)	<i>k</i>	
طول کanal	(m)	<i>L</i>	
دبی جرمی هوا	(kg/s)	<i>ṁ</i>	
دبی جرمی بر واحد سطح	(kg/m s)	<i>m'</i>	
وزن مولکولی	(kg / kmole)	<i>M</i>	
فشار	(Pa)	<i>p</i>	
گرمای جذب	(J/kg)	<i>q<sub>st</sub></i>	
محور مختصاتی / شعاع حفره	(m)	<i>r</i>	
ثابت گازها	(J/kg K)	<i>R</i>	
عدد رینولدز		<i>Re</i>	
دما	(K)	<i>T</i>	
زمان	(s)	<i>t</i>	
سرعت هوا	(m/s)	<i>u</i>	
روطوبت مطلق جاذب جامد	(kg/kg)	<i>W</i>	
روطوبت مطلق هوا	(kg/kg)	<i>Y<sub>a</sub></i>	
روطوبت مطلق تعادلی	(kg/kg)	<i>Y<sub>d</sub></i>	
محور مختصاتی		<i>z</i>	
روطوبت نسبی	%	$\phi$	
روطوبت نسبی تعادلی	%	$\phi_d$	
قطر چرخ	(m)	$\Phi$	
ضخامت لایه جاذب جامد	(m)	$\delta$	
ضریب انحنای	-	$\kappa$	
ضریب تخلخل کلی	-	$\epsilon_t$	
چگالی	(kg/m <sup>3</sup> )	$\rho$	

جدول (۲) بررسی اثر تعداد گره در جهت ضخامت جاذب جامد بر

## دقت نتایج

۵۹/۳۹	۵۹/۴۰	۵۹/۴۸	۵۹/۴۴	<i>T<sub>ap,out</sub></i> (°C)
۹/۰۶۰	۹/۰۶۲	۹/۰۶۴	۹/۰۶۵	<i>Y<sub>ap,out</sub></i> (gr/kg)

بررسی نتایج جدول فوق نشان می‌دهد تعداد گره‌ها تاثیر

چندانی در دقت محاسبات ندارد بطوریکه تفاوت بین بیشترین و کمترین گره مورد مطالعه (۳۱ و ۳ گره) کمتر از ۰/۱٪ می‌باشد. این امر نشان می‌دهد تعداد گره‌ها در دقت کلی اثر ناچیز دارد و می‌توان برای تسريع در انجام محاسبات از گره‌های کمتری استفاده کرد.

در این تحقیق مدل سازی دو بعدی غیر پایای یک کanal جاذب جامد صورت گرفت و اثر برخی فرضیات برای کاهش حجم محاسبات بررسی شد. براساس نتایج حاصل می‌توان با صرف نظر کردن از برخی ترمها همچنان مدلی دقیق داشت و به کمک آن عملکرد چرخ جاذب جامد را مورد ارزیابی قرار داد که نتایج آن در مقاله آتی ارایه خواهد شد.

## ۵- نتیجه‌گیری

با توجه به اهمیت و توسعه سامانه‌های سرمایش جاذب جامد در این تحقیق مدل سازی ریاضی یک کanal جاذب جامد به عنوان جزء پایه چرخ جاذب جامد مورد بررسی قرار گرفت. چرخ جاذب جامد از کanal‌های یکسان جاذب جامد تشکیل شده به همین دلیل هدف این تحقیق دستیابی به یک مدل جامع و دقیق در خصوص کanal‌های جاذب جامد بوده است.

حجم کنترل کanal جاذب جامد مشخص و بر مبنای یک سری فرضیات اولیه، معادلات حاکم بر سامانه حاصل شد. علاوه بر معادلات حاکم از شرایط اولیه مرزی و معادلات کمکی مناسب برای تکمیل مدل سازی استفاده شد.

معادلات دیفرانسیل پارهای حاکم به روش المان محدود و به طور صحیح حل شد و دقت مدل به کمک داده‌های تجربی مورد ارزیابی قرار گرفت. پس از تایید مدل توسط داده‌های آزمایشگاهی، پروفایلهای مختلف دما و رطوبت در هوا و چرخ جاذب جامد حاصل شدند که می‌تواند برای طراحی بهینه کanal جاذب جامد استفاده شود. علاوه بر آن مقایسه‌ای بین توزیعهای نفوذ در جهت محور کanal و در جهت ضخامت در لایه جاذب جامد برای دما و رطوبت صورت گرفت که نشان می‌دهد می‌توان از توزیع نفوذ در جهت محور در مقایسه با

- [7] M. H. Ahmed, N. M. Kattab, and M. Fouad (2005) “Evaluation and optimization of solar desiccant wheel performance”, *Renewable energy*, 30(3), 305–325.
- [8] C. R. Ruivo, J. J. Costa, and A. R. Figueiredo (2007) “On the behaviour of hygroscopic wheels: Part I-channel modelling”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50(23), 4812–4822.
- [9] C. R. Ruivo, J. J. Costa, and A. R. Figueiredo (2007) “On the behaviour of hygroscopic wheels: Part II – rotor performance”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50(23–24), 4823–4832.
- [10] T. S. Ge, Y. Li, R. Z. Wang, and Y. J. Dai (2008) “A review of the mathematical models for predicting rotary desiccant wheel”, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 12(6), 1485–1528.
- [11] A. Kodama, T. Hirayama, M. Goto, T. Hirose, and R. E. Critoph (2001) “The use of psychrometric charts for the optimisation of a thermal swing desiccant wheel”, *Applied thermal engineering*, 21(16), 1657–1674.
- [12] Y. J. Dai, R. Z. Wang, and H. F. Zhang (2001) “Parameter analysis to improve rotary desiccant dehumidification using a mathematical model”, *International journal of thermal sciences*, 40(4), 400–408.
- [13] J. D. Chung, D. Y. Lee, and S. M. Yoon (2009) “Optimization of desiccant wheel speed and area ratio of regeneration to dehumidification as a function of regeneration temperature”, *Solar Energy*, 83(5), 625–635.
- [14] M. Ali Mandegari, and H. Pahlavanzadeh (2009) “Introduction of a new definition for effectiveness of desiccant wheels”, *Energy*, 34(6), 797–803.
- [15] M. Ali Mandegari, and H. Pahlavanzadeh (2010) “Performance assessment of hybrid desiccant cooling system at various climates”, *Energy Efficiency*, 3(3) 177–187.
- [16] L. A. Sphaier and W. M. Worek (2006) “The effect of axial diffusion in desiccant and enthalpy wheels”, *International journal of heat and mass transfer*, 49(7) 1412–1419.

زیرنویس‌ها	
هوا	a
هوا در تعادل با جاذب جامد	ad
آب جذب شده	ad
s	
جاذب جامد	d
هوای خشک	g
هوای ورودی	in
هوای خروجی	out
فرآیند	p
احیا	r
سطح جاذب جامد	s
بخار آب	v
بخار آب اشباع	vs

## مراجع

- [1] K. Daou, R. Z. Wang, and Z. Z. Xia (2006) “Desiccant cooling air conditioning: a review”, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 10(2) 55–77.
- [۲] [۲] زممیان، امیر حسین (۱۳۸۵) ”مدلسازی ریاضی و برسی تجربی - عددی چرخ دورانیکن سرمایش جذبی در شرایط پایدار”， رساله دکتری، دانشگاه تربیت مدرس.
- [۳] [۳] علی مندگاری، محسن (۱۳۸۵) ”تعیین ضریب عملکرد (COP) سامانه سرمایش جاذب جامد برای شرایط آب و هوایی مختلف”， پایانمه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس.
- [4] W. Zheng, and W. M. Worek (1993) “Numerical simulation of combined heat and mass transfer processes in a rotary dehumidifier”, *Numerical Heat Transfer, Part A Applications*, 23(2), 211–232.
- [5] L. Z. Zhang, and J. L. Niu (2002) “Performance comparisons of desiccant wheels for air dehumidification and enthalpy recovery”, *Applied Thermal Engineering*, 22(12), 1347–1367.
- [۶] [۶] مظفری، حسین (۱۳۷۹) ”رطوبت زدایی هوای مرطوب با استفاده از محیطهای متخلخل”， پایانمه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس.

# Numerical Modeling of two dimensional unsteady state desiccant dehumidification channel

Mohsen Ali Mandegari<sup>1</sup>, Hassan Pahlavanzadeh<sup>2,\*</sup>

<sup>1</sup> Chemical Engineering Department, Science and Technology University of Mazandaran, Behshahr, Iran

<sup>2</sup> Chemical Engineering Department, Tarbiat Modares University, P. O. Box 14155-143 Tehran, Iran. Tel: 021-82883312, E-mail: Pahlavzh@modares.ac.ir

## ABSTRACT

In this paper a two-dimensional unsteady state detailed mathematical formulation is developed for the numerical modeling of the behavior of a channel of a hygroscopic compact matrix. Considering proper control volume and some assumptions, governing equation is derived. Initial and boundary equation as well as auxiliary equation are used to close governing equations. Modeling results are validated by experimental data and numeric heat and mass balances. The profiles of temperature and humidity in the desiccant layer and air flow rate are resulted and can be used for optimum design of desiccant channel. Furthermore, effect of axial heat and mass diffusion inside the desiccant are examined as well as number of nodes in the desiccant layer. Results prove that axial heat and mass diffusion can be omitted and number of nodes can be reduced without significant effect in the result precision.

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received: July 1, 2012

Revised: Sept. 16, 2013

Accepted: Nov. 4, 2013

### Key words:

Dehumidification

Desiccant bed

Two dimensional modeling

All right reserved.

\* Corresponding author